EXERCICE N°2 — 7 points

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(1,0,2)$, $B(-2,1,-1)$ et $C(0,0,1)$.

1°) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

b) Déduire que les points *A*, *B* et *C* déterminent un plan *P* dont une équation cartésienne est $x-z+1=0$.

2°) On considère les points $I(1,-1,-1)$ et $J\left(-\frac{1}{2},-1,\frac{1}{2}\right)$ et soit Δ la droite passant par *I* et perpendiculaire à P.

a) Montrer que la droite Δ coupe le plan P en *J*.

b) Calculer la distance *IJ*.

3°) Soit *S* l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace vérifiant : $x^2+y^2+z^2-2x+2y+2z-2=0$.

a) Montrer que *S* est une sphère de centre *I* et de rayon *R* que l'on déterminera.

b) Montrer que le plan *P* coupe la sphère *S* suivant le cercle de centre *J* et de rayon $r=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

4°) Pour $\theta\in[0,2\pi[$, on considère le point $N(1+\cos\theta,-1+\sin\theta,-3)$.

a) Vérifier que *N* est un point de la sphère *S*.

b) Justifier que le point *N* n'appartient pas au plan P.

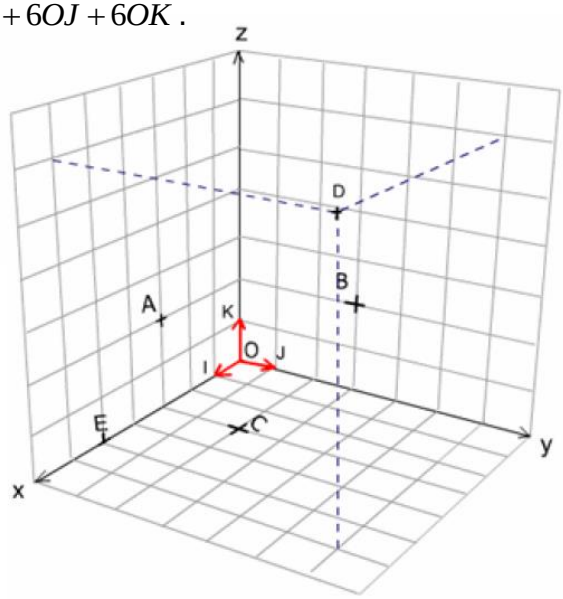
c) Montrer que $\left(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right)\cdot\overrightarrow{AN}=-5-\cos\theta$.

d) En déduire la valeur de θ pour laquelle le volume du tétraèdre *ABCN* est minimal.

EXERCICE N°3 — 7 points

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ},\overrightarrow{OK})$.

Dans la figure ci-dessous *ABCD* est un tétraèdre tel que $\overrightarrow{OD}=6\overrightarrow{OI}+6\overrightarrow{OJ}+6\overrightarrow{OK}$.



1°) a) Préciser les coordonnées de chacun des points *A*, *B*, *C* et *E*.

b) Vérifier que $\overrightarrow{AC}\wedge\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OD}$.

c) Calculer le volume du tétraèdre *ABCD*.

d) En déduire la distance du point *D* au plan (*ABC*).

2°) a) Donner une équation cartésienne du plan P = (*ABC*) ;

puis vérifier que *E* appartient à P.

b) Donner une représentation paramétrique de la droite Δ

perpendiculaire à (P) en *E*.

3°) On considère le plan $(Q):ax+by+(a-3)z-6=0$ où *a* et *b* sont deux réels.

a) Montrer que (P) et (Q) sont perpendiculaires si et seulement si $2a+b-3=0$.

: 23390248 - 29862815
Tous droits réservés © TakiAcademy.com